FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Aula 07

Energia potencial e conservação de energia

Sumário

Trabalho e Energia Potencial

Forças conservativas

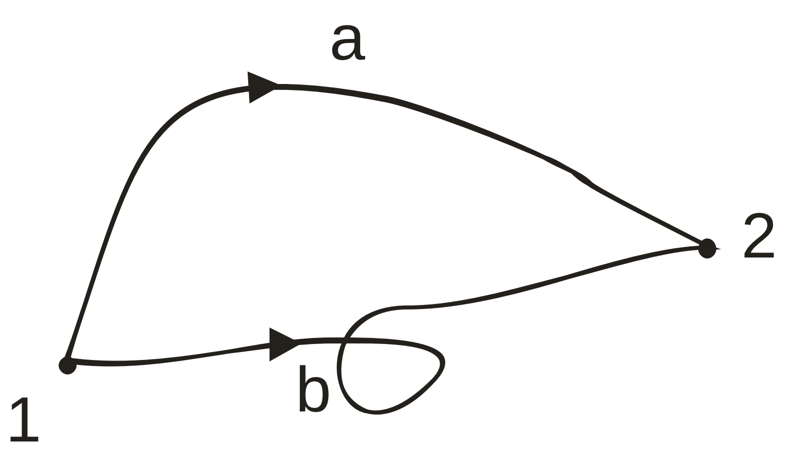
Determinação de valores de energia potencial

Conservação de energia mecânica

Energia Potencial

Energia potencial é a energia associada à *configuração* de um sistema de corpos que interactuam uns com os outros.

As diferentes formas de energia potencial estão associadas a forças *conservativas.*



Depende *apenas das posições* dos pontos 1 e 2

Energia Potencial

Existem muitas formas de energia potencial, entre as quais:

Gravítica

Electromagnética

Química

Nuclear

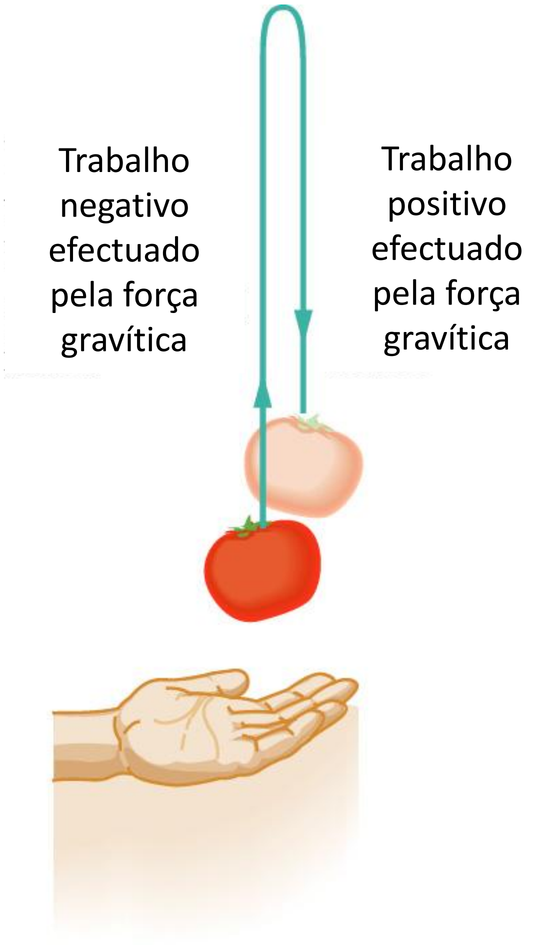
No interior de um sistema, uma forma de energia pode converter-se noutra e energia potencial pode converter-se em cinética.

Trabalho e Energia Potencial

Neste caso o sistema é constituído pelo corpo (a maçã) e a Terra, que interactuam através da força gravítica;

Quando o corpo *sobe*, o trabalho efectuado sobre ele pela força gravítica é *negativo* – a força provoca uma transferência de ENERGIA CINÉTICA para ENERGIA POTENCIAL GRAVÍTICA;

Quando o objecto *desce* o trabalho efectuado sobre ele pela força gravítica é *positivo* – a força provoca uma transferência de ENERGIA POTENCIAL GRAVÍTICA para ENERGIA CINÉTICA.

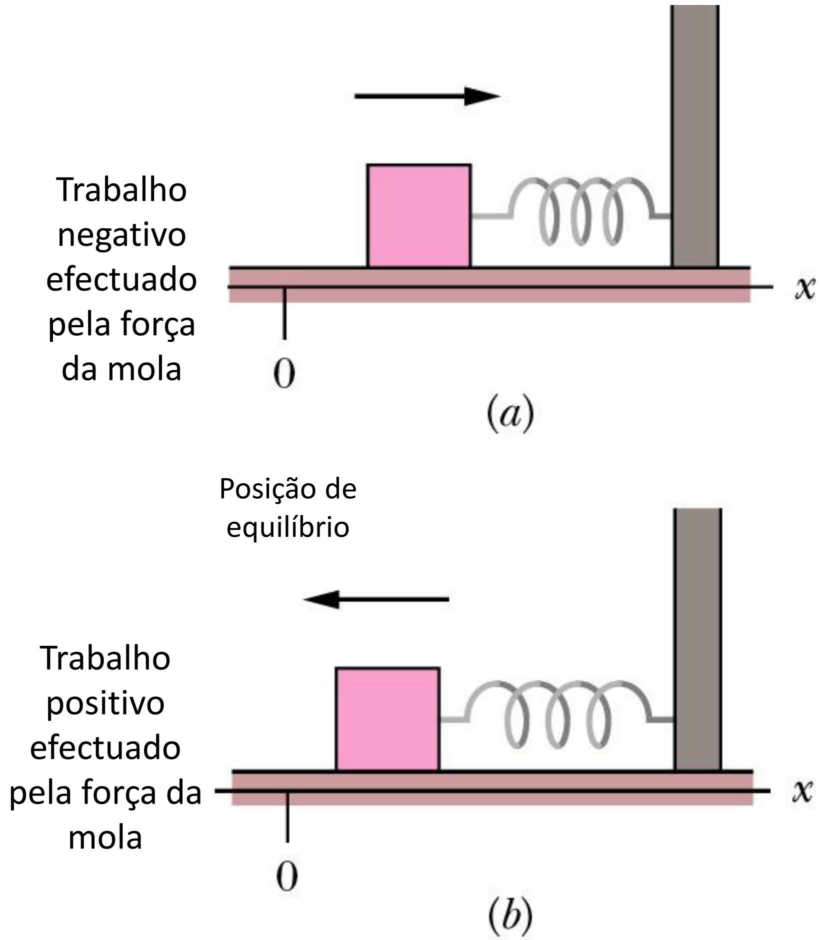


Trabalho e Energia Potencial

Agora o sistema é constituído pelo corpo (o bloco) e a mola, que interactuam através da força elástica;

Quando o bloco se move *para a direita* a força da mola efectua trabalho *negativo* sobre ele – a força provoca uma transferência de ENERGIA CINÉTICA para ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA;

Quando o bloco se move *para a esquerda* a força da mola efectua trabalho *positivo* sobre ele – a força provoca uma transferência de ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA para ENERGIA CINÉTICA.

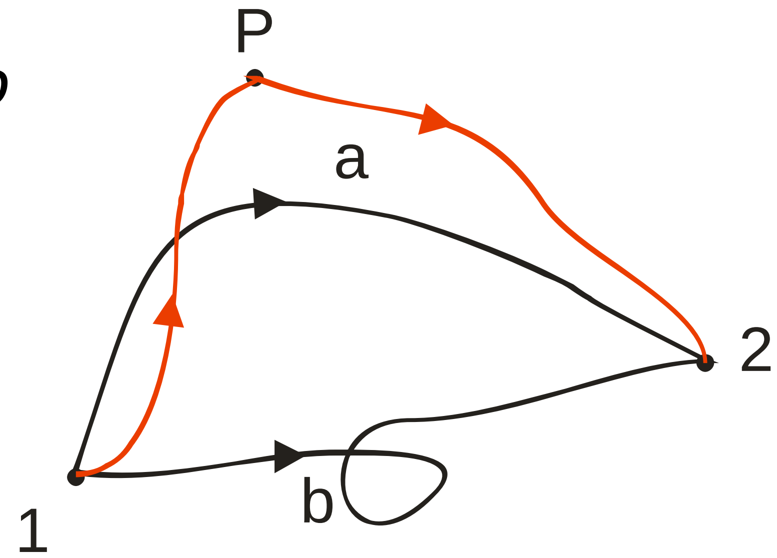


Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

Seja P uma posição arbitrária;

O trabalho da força $\vec{F}$ *quando o corpo se desloca de* 1 para 2 é:

$$\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_1^P \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_P^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



Se mantivermos o ponto P fixo, então:

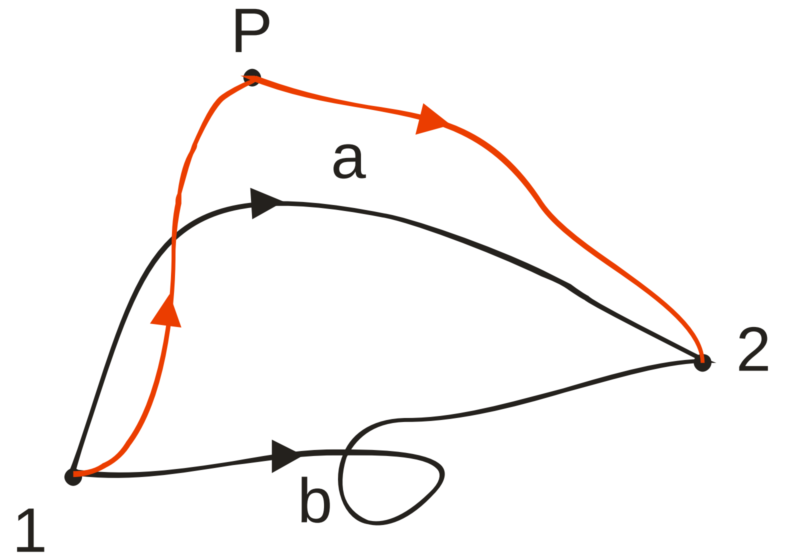
$$U\ 2 \equiv U\ x_2, y_2, z_2$$

$$\int_P^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = f\ \ 2\ = -U\ \ 2$$

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

O trabalho da força $\vec{F}$ *quando o corpo se desloca de* 1 a P é:

$$\int_1^P \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_P^1 \vec{F}\cdot \; -d\vec{r} \;\; = -\int_P^1 \vec{F}\cdot d\vec{r} = U \;\; 1$$



Então:

$$W_{1\to 2} = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_1^P \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_P^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$= U \;\; 1 \; - U \;\; 2 \;\; = -\Delta U$$

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

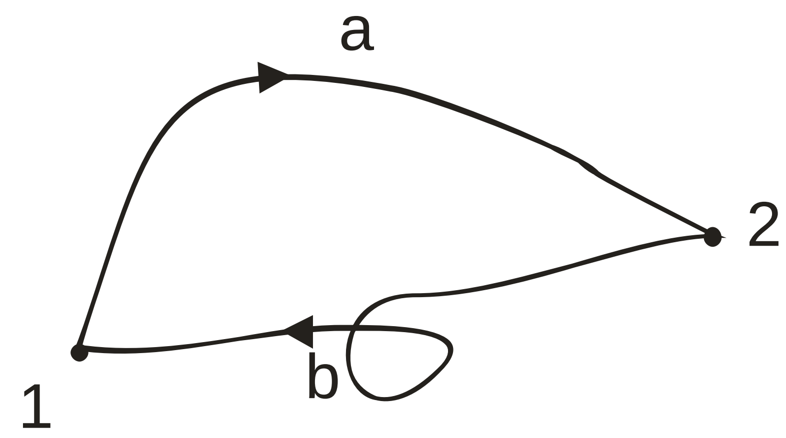
Resulta imediatamente o seguinte, como: $\int_{1\,a}^{2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{1\,b}^{2} \vec{F}\cdot d\vec{r}$

Então:

$$\int_{1\,a}^{2} \vec{F}\cdot d\vec{r} - \int_{1\,b}^{2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$$

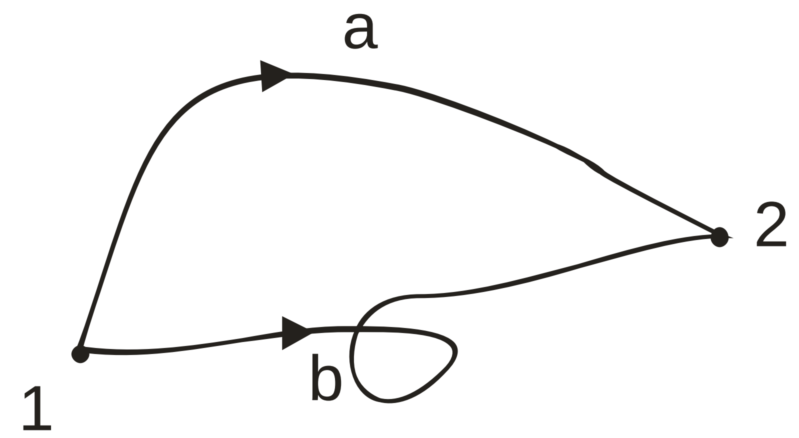
$$\int_{1\,a}^{2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{2\,b}^{1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$$

$$\oint_{\text{qualquer trajectória fechada}} \vec{F}.d\vec{r} = 0$$



O trabalho total realizado por uma força conservativa sobre um corpo que se move numa trajectória fechada é nulo

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial



Forças Conservativas

O trabalho efectuado sobre um corpo por uma força conservativa quando o corpo se desloca entre dois pontos quaisquer, 1 e 2, não depende da trajectória seguida:

$$\oint_{\text{qualquer trajectória fechada}} \vec{F}.d\vec{r} = 0$$

$$W = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

U – energia potencial associada à força conservativa $\vec{F}$

Conservação de Energia

O trabalho realizado pela resultante das forças aplicadas num corpo é igual à variação da sua energia cinética.

$$W_{12} = E_{c_2} - E_{c_1}$$

O trabalho realizado pela resultante das forças aplicadas num corpo, se todas elas forem conservativas, é igual ao simétrico da variação da sua energia potencial.

$$W_{12} = U_1 - U_2$$

$$E_{c_1} + U_1 = E_{c_2} + U_2 = \text{Constante}$$

$$E = E_c + U = \text{Constante}$$

Energia Mecânica

Energia Potencial Gravítica

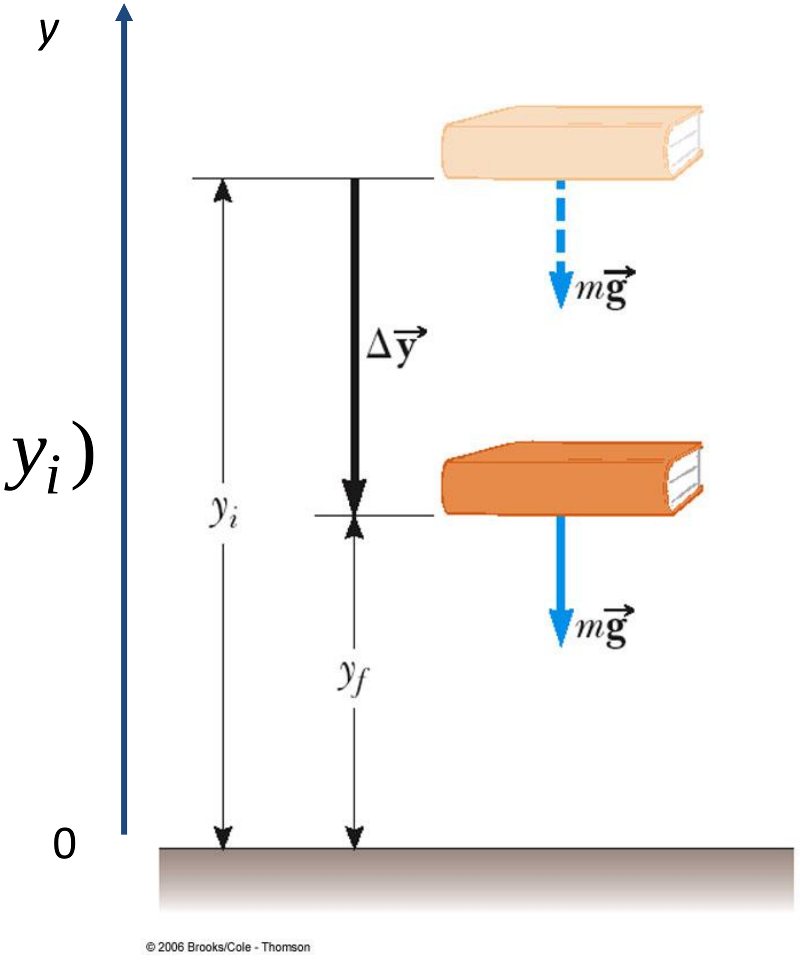
Quando o corpo se move do ponto de coordenada y_i para o ponto de coordenada y_f, a força gravítica efectua sobre o corpo o trabalho:

$$W = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = -F_g \Delta y = -F_g (y_f - y_i)$$

A variação da energia potencial gravítica entre *a* e *b* é:

$$\Delta U_g = -W = F_g (y_f - y_i) =$$

$$= mg(y_f - y_i)$$



O deslocamento não precisa de ser ao longo de uma linha vertical, como $\vec{F}_g$ tem só componente no eixo y, o produto interno de $\vec{F}_g$ pelo deslocamento, ficará reduzido ao termo em y.

Energia Potencial Gravítica

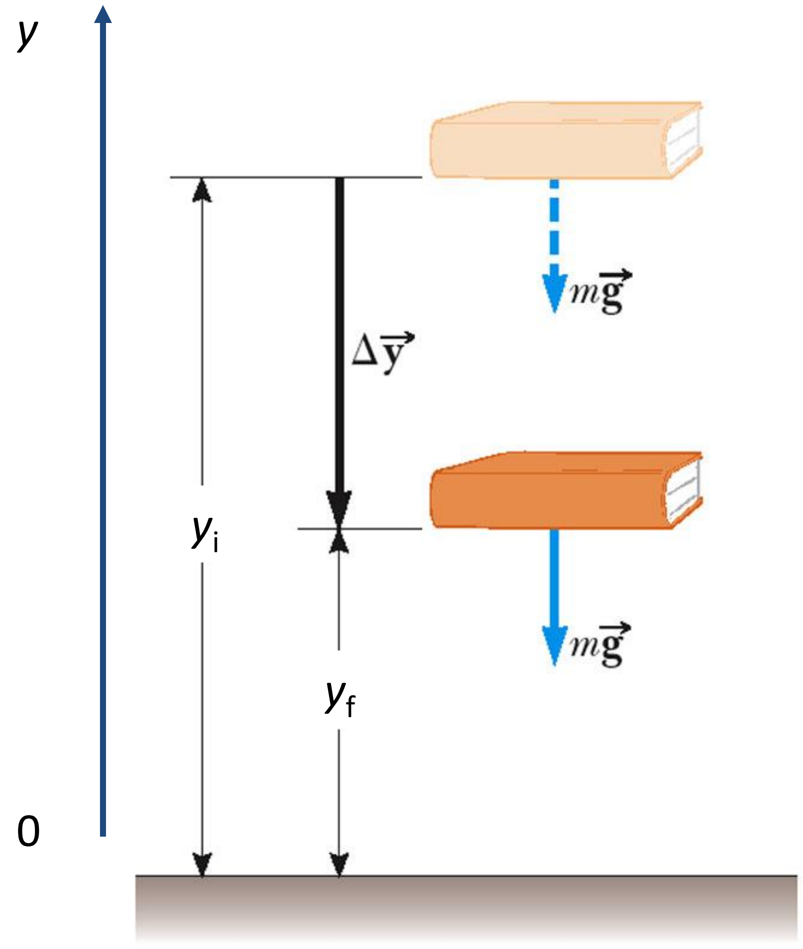
Quando o corpo se move na vertical do ponto de coordenada y_i para o ponto de coordenada y_f, a variação da energia potencial gravítica é:

$$\Delta U_g = mg\Delta y$$

Utilizando o ponto y = 0 como ponto de referência (o ponto P da dedução anterior), obtemos:

$$U_g = mgy$$

A energia potencial gravítica associada com o sistema corpo-Terra depende apenas da altura y do corpo em relação ao ponto de referência $y = 0$.



Energia Potencial Gravítica

A energia potencial gravítica depende apenas da altura do objecto acima da superfície da Terra;

Na resolução de problemas, temos de escolher uma configuração de referência para a qual a energia potencial gravítica assume um determinada valor, em geral nulo;

A escolha é arbitrária porque o que interessa é a *diferença* da energia potencial, que não depende da configuração de referência.

Energia Potencial Elástica

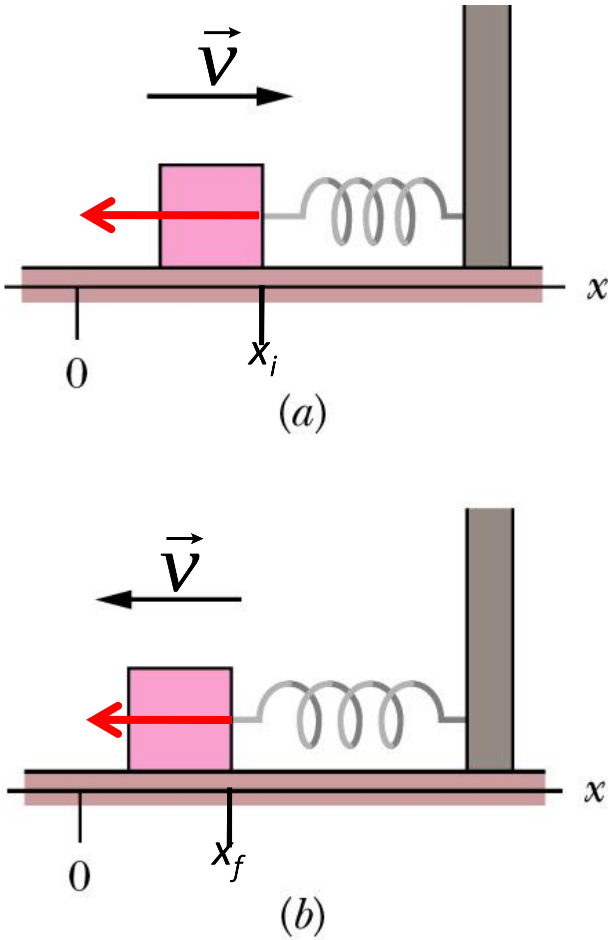
O trabalho efectuado pela mola sobre o corpo quando este se move do ponto x_i para o ponto x_f é:

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx =$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} -kxdx = \frac{1}{2}k(x_i^{\,2} - x_f^{\,2})$$

A variação da energia potencial elástica entre x_i e x_f é:

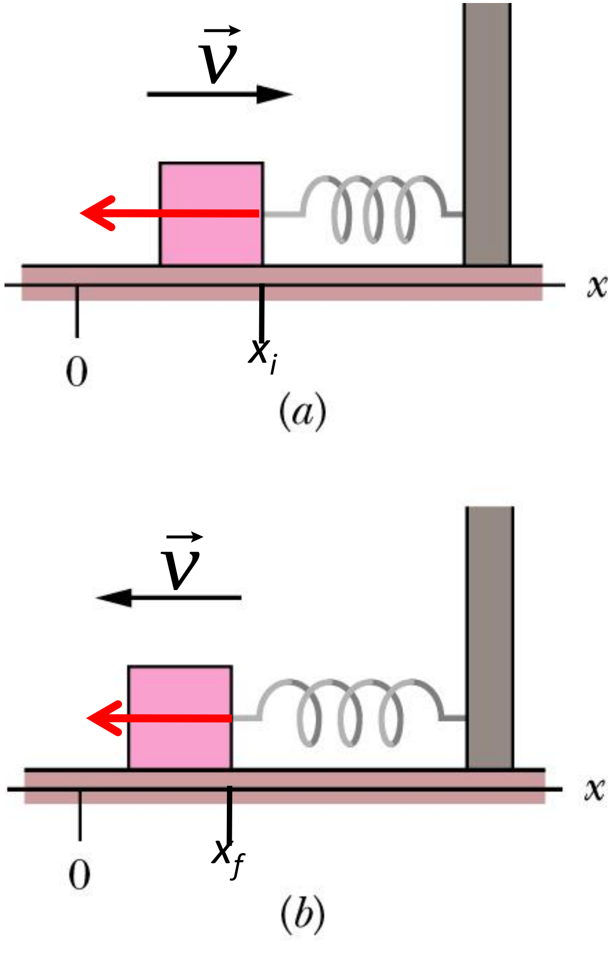
$$\Delta U_{el} = -W = \frac{1}{2}k(x_f^{\,2} - x_i^{\,2})$$



Energia Potencial Elástica

A variação da energia potencial elástica entre x_i e x_f é:

$$\Delta U_{el} = \frac{1}{2}k({x_f}^2 - {x_i}^2)$$



Utilizando o ponto x = 0 (o ponto de equilíbrio) como ponto de referência obtemos para qualquer ponto x:

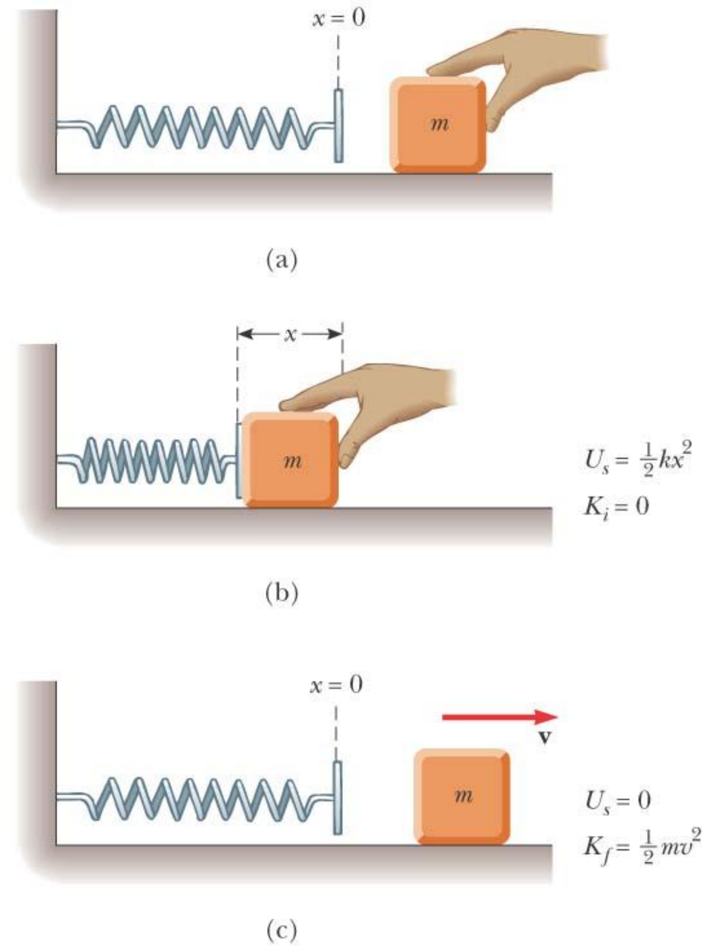
$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Energia Potencial Elástica

A energia potencial elástica é dada por: $U_s = ½\, kx^2$;

A energia potencial elástica está acumulada na mola deformada;

A energia potencial acumulada pode ser convertida em energia cinética.



Energia Potencial Elástica

Dizemos que a energia potencial elástica acumulada na mola é nula, quando a mola está na posição de equilíbrio ($U = 0$ para $x = 0$);

Assim só há energia potencial acumulada na mola quando ela está comprimida ou esticada;

A energia potencial elástica é máxima quando a mola atingiu a extensão ou compressão máximas;

A energia potencial elástica é sempre positiva;

x^2 é sempre positivo.

Sumário

- Conservação de energia mecânica
- Força e energia potencial
- A leitura de um gráfico de energia potencial
- Trabalho realizado sobre o sistema por uma força exterior
- Forças não-conservativas e variação da energia mecânica

Conservação de Energia Mecânica

Quando forças conservativas actuam no interior de um sistema isolado, a energia cinética ganha (ou perdida) pelo sistema quando os seus componentes alteram as posições relativas é equilibrada por perda (ou ganho) de energia potencial;

Esta é uma expressão da ***Conservação da Energia Mecânica***.

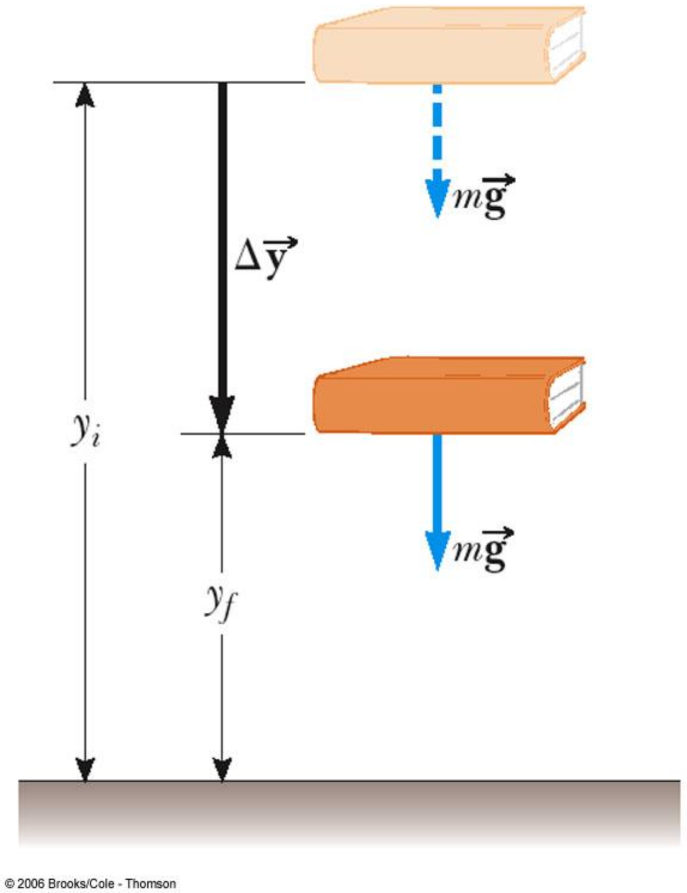
Conservação de Energia Mecânica

Considere-se o trabalho efectuado pela força gravítica sobre o livro, quando este cai de uma determinada altura:

$W_{\text{sobre o livro}} = \Delta E_{\text{cin livro}}$

Mas, $W = -\Delta U_g$

Portanto, $\Delta E_{\text{cin}} = -\Delta U_g$



Conservação de Energia Mecânica – resolução de problemas

Define-se o sistema isolado e as configurações inicial e final do sistema;

O sistema pode incluir duas ou mais partículas interactuantes;

O sistema pode também incluir molas ou outras estruturas em que pode ser acumulada energia potencial;

Incluem-se também todas as componentes do sistema que exercem forças umas nas outras.

Conservação de Energia Mecânica – resolução de problemas

Identifica-se a configuração correspondente ao valor nulo da energia potencial;

Tem de se incluir todas as formas de energia potencial;

Se há mais do que uma força conservativa a actuar no sistema, escreve-se a expressão da energia potencial associada a cada uma dessas forças.

Conservação de Energia Mecânica – resolução de problemas

Se a energia mecânica do sistema se conserva, isto é, se só há forças conservativas em jogo, escrevemos a energia total na forma:

$E_i = E_{\text{cin } i} + U_i$ para a configuração inicial

$E_f = E_{\text{cin } f} + U_f$ para a configuração final

Como a energia mecânica se conserva, $E_i = E_f$ e podemos obter a quantidade que desconhecemos.

Conservação da Energia Mecânica, Exemplo 1 (Queda de uma Bola)

Condições iniciais:

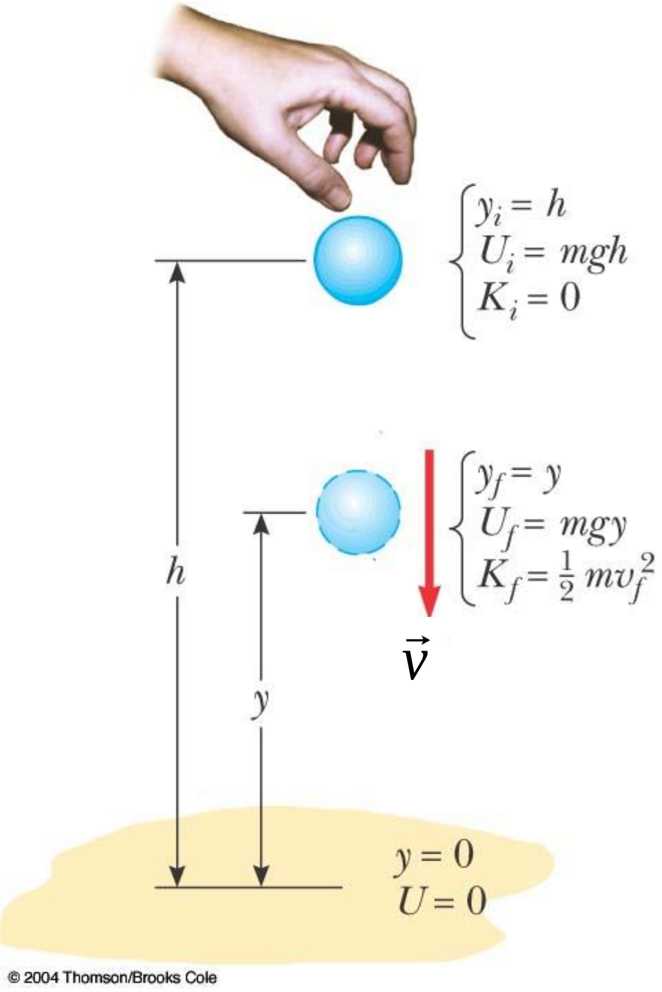
$E_i = E_{\text{cin } i} + U_i = mgh$

A bola é largada, de modo que $E_{\text{cin } i} = 0$

A configuração correspondente a energia potencial nula é a bola no solo

As regras de conservação aplicadas a um ponto y acima do solo conduz a

$\frac{1}{2} m v_f^2 + mgy = mgh$



Conservação da Energia Mecânica, Exemplo 2 (Pêndulo)

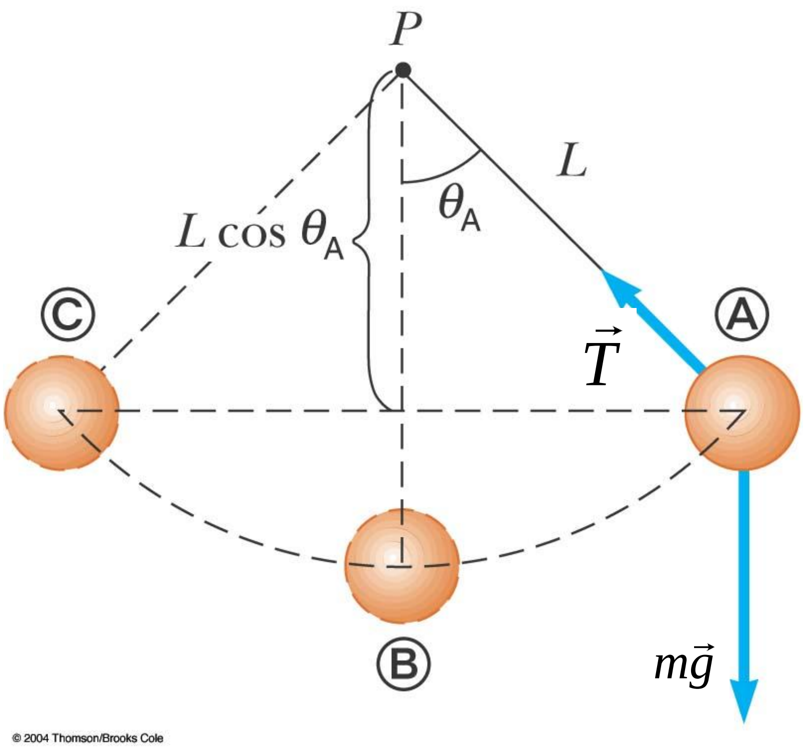
À medida que o pêndulo oscila, há uma permutação contínua das energias potencial e cinética;

Em A, a energia é potencial;

Em B, toda a energia potencial se transformou em energia cinética;

Em geral considera-se que a energia potencial é nula em B;

Em C, a energia cinética transformou-se toda de novo em energia potencial.



Conservação da Energia Mecânica, Exemplo 3 (Espingarda de mola)

Escolhe-se o ponto A como posição inicial e C como posição final:

$$E_A = E_C$$

$$E_A = E_B$$

$$E_{\text{cin A}} + U_{gA} + U_{sA} = E_{\text{cin B}} + U_{g\text{B}} + U_{s\text{B}}$$

$$½\, kx^2 = mgx + E_{\text{cin B}}$$